

**ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНЕЦКАЯ АКАДЕМИЯ ТРАНСПОРТА»**



**ПРОГРАММА**  
вступительного испытания  
по общеобразовательному предмету «Математика»

Направления подготовки:

**23.03.01 «Технология транспортных процессов»**

**23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов»**

**09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»**

**23.03.02 «Наземные транспортно-технологические комплексы»**

**38.03.02 «Менеджмент»**

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Настоящая программа предназначена для поступающих по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета.

Программа общеобразовательного вступительного испытания сформирована с учетом соответствия уровня сложности данного вступительного испытания профильному уровню сложности по соответствующему общеобразовательному предмету.

Цель:

выявить и оценить уровень знаний абитуриентов;  
оценить степень подготовленности абитуриентов к дальнейшему обучению в Донецкой академии транспорта.

Настоящая программа сформирована на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования и федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования.

Результат вступительного испытания оценивается по 100-балльной шкале. Минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания, устанавливается Донецкой академией транспорта.

Вступительное испытание проводится в письменной форме (тестирование). На проведение вступительного испытания отводится два академических часа. Каждый абитуриент получает индивидуальный комплект заданий и бланк для ответов. Преподаватель дает комментарии формального характера: подпись работы, структура задач, оформление ответов. Перед выполнением работы поступающий должен внимательно прочитать задание и понять его содержание.

# 1. ПРОГРАММА ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА»

## ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФАКТЫ

### 1.1 Арифметика, алгебра и начала анализа

Натуральные числа ( $N$ ). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

Целые числа ( $Z$ ). Рациональные числа ( $Q$ ), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел. Иррациональные числа. Сравнение иррациональных и рациональных чисел.

Действительные числа ( $R$ ), их представление в виде десятичных дробей. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

Числовые выражения. Алгебраические выражения. Преобразование алгебраических выражений. Многочлены. Алгебраические дроби. Формулы сокращенного умножения.

Проценты. Основные задачи на проценты.

Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.

Логарифмы, их свойства. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, степени, частного.

Тригонометрия. Углы и их измерение. Синус, косинус, тангенс, котангенс угла. Основное тригонометрическое тождество. Формулы сложения (формулы для двойных и половинных углов). Формулы приведения.

Одночлен и многочлен. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.

Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции.

График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность.

Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке.

Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции. Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной  $y=ax^2+bx+c$ , степенной  $y=ax^n$  ( $n \in N$ ),  $y=k/x$ , показательной  $y=a^x$ ,  $a>0$ , логарифмической, тригонометрических функций ( $y=\sin x$ ,  $y=\cos x$ ,  $y=\operatorname{tg} x$ ,  $y=\operatorname{ctg} x$ ), арифметического корня  $y=\sqrt{x}$ .

Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях. Линейные, квадратные, иррациональные уравнения. Показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения.

Неравенства. Решение неравенств. Понятие о равносильных неравенствах. Метод интервалов. Показательные, логарифмические неравенства.

Система уравнений и неравенств. Решения системы.

Арифметическая и геометрическая прогрессия. Формула  $n$ -ого члена и суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии. Формула  $n$ -ого члена и суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии.

Определение производной. Ее физический и геометрический смысл. Производная сложной функции. Уравнение касательной к графику функции.

Первообразная и интеграл. Правила нахождения первообразной. Применение интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции.

Комбинаторные задачи. Элементы теории вероятностей.

## 1.2 Геометрия

Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.

Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Сумма углов треугольника. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Теорема Пифагора.

Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор.

Центральные и вписанные углы.

Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.

Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразования подобия и его свойства.

Векторы. Операции над векторами.

Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости. Параллельность прямой и плоскости. Угол прямой с плоскостью.

Перпендикуляр к плоскости.

Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.

Многогранники, их вершины, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды.

Правильная призма и правильная пирамида.

Параллелепипеды, их виды.

Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

Формулы площади поверхности и объема призмы. Формулы площади поверхности и объема пирамиды. Формулы площади поверхности и объема цилиндра. Формулы площади поверхности и объема конуса. Формулы объема шара. Формулы площади сферы.

## 2. ОСНОВНЫЕ УМЕНИЯ И НАВЫКИ

Участник вступительного испытания должен уметь:

- Производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений; пользоваться калькуляторами или таблицами для вычислений.
- Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
- Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций.
- Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
- Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.
- Изображать геометрические фигуры и производить простейшие построения на координатной плоскости.
- Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии - при решении геометрических задач.
- Проводить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций.
- Пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функций.
- Применять интеграл для нахождения площади криволинейной трапеции.

### Задания по предмету «Математика»

#### Арифметика, алгебра и начала анализа

1. Вычислите

$$9 \cdot (7 + 5 \cdot 2) = \quad 4\frac{1}{3} + 2\frac{4}{7} = \quad 36 : 2\frac{2}{3} = \quad (-2 + (-6)) \cdot 4 =$$

$$\sqrt[3]{-\frac{1}{8}} = \quad 3(\sqrt{3} + 1) - 3\sqrt{3} = \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{0,12} =$$

2. Упростите:

$$b^{30} : b^5 = \quad \frac{x^4 x^{-2}}{x^2} = \quad \frac{m}{6} : \frac{m}{3} = \quad 2(2\sqrt{3} - 1) - 4\sqrt{3} =$$

2. Представьте выражение в виде многочлена:

$$(x + 4)(2x - 1) = \quad (c - 6)^2 = \dots$$

3. Разложите на множители многочлен:

$$x^2 - 25 = \quad mc - c - 2m + 2 =$$

4. Упростите выражение:

$$\frac{4x-3}{x-2} + \frac{2x+1}{2-x} = \left( \frac{a}{2} + 0,6b \right) \left( \frac{a}{2} - 0,6b \right) = \frac{7a^2}{3-a} \cdot \frac{a^2-9}{14a^3} =$$

5. Тракторист вспахал 8 га, что составляет 40% поля. Найдите площадь поля.

6. Вкладчик положит в банк 10 000 руб. под 16% годовых. Сколько рублей будет на счету вкладчика через один год?

7. Решите уравнение:

$$(2x+3) - (4x-1) = 4 \quad \sqrt[4]{x^2+7} = 2 \quad 3x^2 - 2x - 5 = 0$$

8. Чему равен дискриминант уравнения  $3x^2 - 4x - 7 = 0$ ?

9. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x+2y=7 \\ x-2y=-1 \end{cases} \quad \begin{cases} x+2y=1 \\ x-y=4 \end{cases} \quad \begin{cases} 2^{x+y}=1 \\ 4^{x-y}=16 \end{cases} \quad \begin{cases} 4 \cdot 3^x=12, \\ 4^x \cdot 3^y=36. \end{cases}$$

10. Последовательность  $(y_n)$  задана формулой  $y_n = 2n - 1$ . Найдите  $y_7$

11.  $(b_n)$  – геометрическая прогрессия,  $b_1 = 16, q = -\frac{1}{2}$ . Найдите  $b_6$ .

12. Найдите значение выражения  $\sqrt{2} \sin 45^\circ - \sqrt{2} \cos(-45^\circ) + 3 \operatorname{tg} 45^\circ$

13. Упростите выражение:

$$1 - \cos^2 \alpha = \quad \sin 8x \cos x - \sin x \cos 8x = \quad \sin 56^\circ \cos 34^\circ + \cos 56^\circ \sin 34^\circ =$$

14. Чему равен  $\arccos \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$ ?

15. Решите уравнение:

$$\sin 2x = 1 \quad \cos 4x = 0$$

16. Найдите область определения функции:

$$y = \lg(3x - x^2) \quad y = \sqrt[10]{x} \quad y = 3^{\sqrt{x}-1}$$

17. Найти наибольшее значение функции  $y = 3 \cos x - 1$ .

18. Вычислите:

$$\log_2 16 = \quad \log_3 \log_3 \log_3 27 = \quad \log_2 5 + \log_2 \frac{8}{5} =$$

$$\log_3 2 + \log_3 \frac{9}{2} = \quad \log_5 11 - \log_5 22 + \log_5 10 =$$

19. Найдите решение уравнения:

$$\log_{0,5}(x+1) = 0 \quad \lg(x^2 + 2x + 3) = \lg 3 \quad \log_{\frac{1}{3}} x = -1$$

20. Решите уравнение:

$$4^{x-2} = \left( \frac{1}{4} \right)^{2x-1} \quad (2^{x-6})^{x-3} = \frac{1}{4}$$

21. Решите неравенство  $x^2 - 3x - 4 \leq 0$

22. Сравните  $x$  и  $y$ , если  $0,8^x > 0,8^y$

23. Сравните  $a$  и  $b$ , если  $\log_{\frac{1}{3}} a < \log_{\frac{1}{3}} b$

24. Решите неравенство:

$$5^x \geq \frac{1}{25} \quad 0,5^{2+x} > 0,5^4 \quad \log_3(x+1) \geq \log_3(3-x).$$

25. Найдите производную функции  $y = 5\frac{1}{2}\sin x$ .

26. Найдите производную функции  $y = \frac{1}{x} + 1$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

27. Найдите производную функции  $y = 2 - 2x + \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^4$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

28. Дано  $f(x) = \cos x - \sin x$ . Найдите  $f'(\pi)$

29. Дано  $y = x^3$ . Найдите  $y'(-1)$ .

30. Найдите  $f'(1)$ , если  $f(x) = (2x-1)^6$ .

31. Найдите тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной к графику функции  $f(x) = x^4$  в точке с абсциссой  $-1$ .

32. Найдите угол, который образует касательная с графиком функции  $f(x) = x^2 - 5x$  в точке с абсциссой  $3$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

33. Касательная к графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0$  образует с положительным направлением оси абсцисс угол  $60^\circ$ . Найдите  $f'(x_0)$ .

34. В какой момент времени скорость тела, движущегося по закону  $S(t) = t^2 - 2t + 4$ , равна нулю?

35. Найдите общий вид первообразных для функции  $f(x) = x^7$ .

36. Для функции  $f(x) = 5e^x$  найдите первообразную, график которой проходит через точку  $M(0; -2)$ .

37. Найдите первообразную функции  $y = 2x + 5$ , график которой проходит через точку  $A(1; 6)$ .

38. Вычислите  $\int_{-3}^0 x^2 dx$ .

39. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \cos x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{6}$ .

40. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x, y = 0, x = 2, x = 4$ .

41. Сколько трехзначных чисел можно записать с помощью цифр  $4, 5$  и  $6$ , если цифры в числе не повторяются?

42. Сколькими способами из класса в  $20$  учеников можно сформировать команду из  $3$  учеников для участия в спортивном соревновании?

43. Среди  $9$  платков, которые лежат в ящике,  $2$  платка белые. Наудачу берут один платок. Какова вероятность того, что он белый?

44. В ящике  $10$  шаров, из которых  $3$  белых. Какова вероятность того, что вынутый наудачу из ящика шар окажется белым?

45. Из 10 учеников, бравших участие в районной олимпиаде, трое заняли призовые места. Из этих 10 учеников наудачу выбирают одного. Какова вероятность того, что он стал призером олимпиады?

46. В ящике 20 шаров, из которых 4 белых. Наудачу выбирают один шар. Чему равна вероятность того, что он не белый?

## Геометрия

*ВК.* 1. Точка  $K$  принадлежит отрезку  $AB=8$  см,  $AK=2$  см. Найдите длину отрезка

2. Точка  $K$  делит отрезок  $AB$  длиной 10 см в отношении 2:3, считая от точки  $A$ . Найдите длину отрезка  $KB$ .

3. Найдите сумму внутренних углов выпуклого десятиугольника.

4. Треугольник  $ABC$  подобен треугольнику  $KLM$ ,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle L = 70^\circ$ . Найдите градусную меру угла  $C$ .

5.  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$  подобны;  $AB = 5$  см,  $A_1B_1 = 15$  см. Найдите отношение  $\frac{B_1C_1}{BC}$

6. Острый угол равнобедренной трапеции равен  $50^\circ$ . Найдите тупой угол этой трапеции.

7. Один из углов параллелограмма на  $10^\circ$  меньше другого. Найдите градусную меру острого угла параллелограмма.

8. Стороны параллелограмма равны 4 см и 7 см, а угол между ними  $60^\circ$ . Найдите длину большей диагонали параллелограмма.

9. В треугольнике  $ABC$   $BC = 5$  см,  $CA = 8$  см,  $\angle C = 60^\circ$ . Найдите  $AB$ .

10. Одна из сторон прямоугольника равна 8 см, а его диагональ – 10 см. Найдите неизвестную сторону прямоугольника.

11. Сумма длин трех сторон квадрата равна 18 см. Найдите периметр квадрата.

12. Найдите площадь прямоугольника, диагональ которого равна 10 см, а угол между диагоналями  $60^\circ$ .

13. Сторона ромба равна 13 см, а одна из его диагоналей 24 см. Найдите длину второй диагонали ромба.

14. Основания трапеции равны 7 см и 5 см, а ее высота – 3 см. Найдите площадь трапеции.

15. В равнобедренной трапеции боковая сторона вдвое длиннее высоты. Найдите острый угол трапеции.

16. Найдите площадь круга, диаметр которого равен 8 см.

17. Найдите координаты середины отрезка  $AB$ , если  $A(-2; 4)$ ,  $B(6; 8)$ .

18. Найдите расстояние между точками  $A(0; 1; -3)$  и  $B(2; -1; -2)$ .

19. Найдите координаты вектора  $\vec{AB}$ , если  $A(-3; 2)$ ,  $B(4; 3)$ .

20. Найдите длину вектора  $\vec{AB}$ , если  $A(-1; 2; 3)$ ,  $B(1; 8; 0)$ .

21. Заданы векторы  $\vec{a}(3; -1)$  и  $\vec{b}(2; 4)$ . Найдите координаты вектора  $\vec{m} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$



22. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  параллельны. Точка  $P$  не принадлежит ни одной из плоскостей. Сколько существует прямых, проходящих через точку  $P$ , параллельно плоскостям  $\alpha$  и  $\beta$ .

23. Прямая  $b$  перпендикулярна к плоскости  $\alpha$ , а прямая  $a$  лежит в плоскости  $\alpha$  и проходит через точку  $M$  пересечения прямой  $b$  и плоскости  $\alpha$ . Каким является угол между прямыми  $a$  и  $b$ ?

24. Плоскости квадратов  $ABCD$  и  $ABKL$  перпендикулярны,  $AB = 2$  см. Найдите расстояние между точками  $K$  и  $D$ .

25. Сколько всего ребер имеет двенадцатиугольная пирамида?

26. Высота конуса равна 6 см, а образующая – 10 см. Найдите радиус основания конуса.

27. Осевое сечение конуса – прямоугольный треугольник с гипотенузой длиной 8 см. Найдите высоту конуса.

28. Прямоугольник со сторонами 5 см и 6 см вращается вокруг большей стороны. Найдите длину диаметра образованного цилиндра.

29. Радиус основания цилиндра равен 3 см, а высота – 5 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

30. Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь которого равна  $36 \text{ см}^2$ . Найдите радиус основания цилиндра.

31. Диагональ осевого сечения цилиндра равна  $8\sqrt{2}$  см и образует с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

32. Площадь основания конуса равна  $9\pi \text{ см}^2$ , а его объем  $12\pi \text{ см}^3$ . Найдите высоту конуса.

33. Осевое сечение конуса – правильный треугольник, высота которого равна  $6\sqrt{3}$  см. Найдите объем конуса.

34. В правильной четырехугольной призме сторона основания равна 4 см, а боковое ребро – 5 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

35. В правильной треугольной призме сторона основания равна 3 см, а диагональ боковой грани – 5 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

36. Найдите объем правильной четырехугольной призмы, сторона основания которой равна 3 см, а высота – 7 см.

37. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна 3 см, а апофема – 4 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

38. Стороны основания прямого параллелепипеда равны  $4\sqrt{3}$  см и 5 см и образуют угол  $60^\circ$ . Найдите объем параллелепипеда, если его боковое ребро равно 10 см.

### 3. ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ

Минимальное количество баллов для успешной сдачи вступительного испытания по математике составляет 39. Максимальное количество баллов – 100.